

## Logica computationala

### Multiple Choice

Identify the letter of the choice that best completes the statement or answers the question.

\_\_\_\_\_ 1. Fie formula  $\alpha \in \text{FORM}$  și funcția  $h : \text{FORM} \rightarrow \mathbb{N}$  definită prin:

$$h(\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{daca } \alpha \in V \\ 1 + h(\beta), & \text{daca } \alpha = \neg\beta \\ 1 + \max\{h(\beta), h(\gamma)\}, & \text{daca } \alpha = \beta\rho\gamma, \rho \in L \setminus \{\neg\} \end{cases}$$

Funcția  $h$  reprezintă:

- a. adâncimea arborelui de structură corespunzător formulei  $\alpha$ ;
- b. numărul de frunze ale arborelui de structură corespunzător formulei  $\alpha$ ;
- c. numărul maxim de descendenți direcți ai unui nod din arborele de structură corespunzător formulei  $\alpha$ .

\_\_\_\_\_ 2. Fie formula  $\alpha \in \text{FORM}$  și funcția  $h : \text{FORM} \rightarrow \mathbb{N}$  definită prin:

$$h(\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{daca } \alpha \in V \\ 1 + h(\beta), & \text{daca } \alpha = \neg\beta \\ 1 + \max\{h(\beta), h(\gamma)\}, & \text{daca } \alpha = \beta\rho\gamma, \rho \in L \setminus \{\neg\} \end{cases}$$

Funcția  $h$  reprezintă:

- a. numărul total de propoziții elementare care apar în formula  $\alpha$ ;
- b. numărul total de simboluri care apar în formula  $\alpha$ ;
- c. numărul total de conective logice care apar în formula  $\alpha$ .

\_\_\_\_\_ 3. Mulțimea axiomelor teoriei care modelează raționamentele în contextul limbajului calculului cu propoziții, notată AXIOM, se află în următoarea relație cu sortul FORM:

- a. AXIOM = FORM
- b. AXIOM  $\subset$  FORM
- c. AXIOM  $\supset$  FORM

\_\_\_\_\_ 4. Fie formula  $\alpha \in \text{FORM}$  și substituția  $\sigma \in \text{SUBST}$ . Rezultă că:

- a.  $\alpha\sigma \in \text{SUBST}$
- b.  $\alpha\sigma \in \text{FORM}$
- c.  $\alpha\sigma \in \text{AXIOM}$

\_\_\_\_\_ 5. Fie axioma  $\alpha \in \text{AXIOM}$  și substituția  $\sigma \in \text{SUBST}$ . Atunci,  $\alpha\sigma$  se numește:

- a. instanțiere a formulei  $\alpha\sigma$ ;
- b. instanțiere a axiomei  $\alpha\sigma$ ;
- c. instanțiere a substituției  $\alpha\sigma$ .

\_\_\_\_\_ 6. Se numește regulă de inferență orice relație  $R \subset \text{FORM}^p \times \text{FORM}^q$ , în care:

- a.  $p = q$
- b.  $p = q + 1$
- c.  $q = p + 1$
- d.  $p, q \in \mathbb{N}^*$

\_\_\_ 7. Regula modus ponens, MP, este de tip:

- a. (1,1)
- b. (1,2)
- c. (2,1)**
- d. (2,2)

\_\_\_ 8. Fie formula  $\alpha \in \text{FORM}$ ; ea se numește teoremă dacă  $\exists \alpha_1, \dots, \alpha_n \in \text{FORM}$  astfel încât:

- a.  $\forall i, 1 \leq i \leq n: \alpha_i$  este o instanțiere a unei axiome
- b.  $\forall i, 1 \leq i \leq n \Rightarrow \exists j, k, 1 \leq j, k \leq i: (\{\alpha_j, \alpha_k\}, \alpha_i) \in \text{MP}$
- c.  $\forall i, 1 \leq i \leq n \Rightarrow \exists k, 1 \leq k \leq i: (\{\alpha_k\}, \alpha_i) \in \text{SUB}$
- d.  $\alpha_n = \alpha$**
- e.  $\alpha_n = \alpha$ , si  $\forall i, 1 \leq i \leq n: \alpha_i$  este o instanțiere a unei axiome sau  $\exists j, k, 1 \leq j, k \leq i: (\{\alpha_j, \alpha_k\}, \alpha_i) \in \text{MP}$  sau  $\exists k, 1 \leq k \leq i: (\{\alpha_k\}, \alpha_i) \in \text{SUB}$

\_\_\_ 9. Fie  $H \subset \text{FORM}$  și  $\alpha, \beta \in \text{FORM}$ ; atunci:

- a.  $H \cup \{\alpha\} \vdash \beta$  dacă  $H \vdash (\alpha \rightarrow \beta)$
- b.  $H \vdash (\alpha \rightarrow \beta)$  dacă  $H \cup \{\alpha\} \vdash \beta$
- c. A+B**

\_\_\_ 10. Schema silogismului, (RS):  $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \text{FORM}$ :

- a.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)}{(\alpha \rightarrow \gamma)}$**
- b.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \rightarrow \gamma)}{(\beta \rightarrow \gamma)}$
- c.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \rightarrow \gamma)}{(\gamma \rightarrow \beta)}$

\_\_\_ 11. Schema trecerii de la implicație la echivalență, (IE):  $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \text{FORM}$ :

- a.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \rightarrow \gamma)}{(\beta \leftrightarrow \gamma)}$
- b.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)}{(\alpha \leftrightarrow \gamma)}$
- c.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \alpha)}{(\alpha \leftrightarrow \beta)}$**

\_\_\_ 12. Schema permutării premiselor, (PP):  $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \text{FORM}$ :

- a.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \rightarrow \gamma)}{(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma))}$
- b.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)}{(\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))}$
- c.  $\frac{(\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma))}{(\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))}$**

\_\_\_ 13. Schema trecerii de la echivalență la implicație, (EI):  $\forall \alpha, \beta \in \text{FORM}$ :

- A.  $\frac{(\alpha \leftrightarrow \beta)}{(\alpha \rightarrow \beta)}$

$$B. \frac{(\alpha \leftrightarrow \beta)}{(\beta \rightarrow \alpha)}$$

- a. A
- b. A+B**
- c. B

\_\_\_ 14. Schema negației, (NN):  $\forall \alpha, \beta \in \text{FORM}$ :

- a.  $\frac{(\neg \alpha \leftrightarrow \neg \beta)}{(\alpha \leftrightarrow \beta)}$
- b.  $\frac{(\alpha \rightarrow \beta)}{((\neg \beta) \rightarrow (\neg \alpha))}$**
- c.  $\frac{(\neg \alpha \rightarrow \beta)}{(\neg \beta \rightarrow \alpha) \rightarrow \neg \alpha)}$

\_\_\_ 15. Schema rezoluției, (REZ):  $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \text{FORM}$ :

- a.  $\frac{((\alpha \rightarrow \beta), ((\neg \alpha) \rightarrow \gamma))}{(\beta \vee \gamma)}$**
- b.  $\frac{((\alpha \rightarrow \gamma), ((\neg \alpha) \rightarrow \neg \beta))}{(\beta \vee \gamma)}$
- c.  $\frac{((\alpha \rightarrow \beta), ((\neg \alpha) \leftrightarrow \gamma))}{(\beta \vee \gamma)}$

\_\_\_ 16. Fie  $\Gamma \subset \text{FORM}$ ; atunci:

- A.  $\{\alpha, \beta\} \vdash \Gamma$  dacă  $\{(\alpha \wedge \beta)\} \vdash \Gamma$
- B.  $\{(\alpha \wedge \beta)\} \vdash \Gamma$  dacă  $\{\alpha, \beta\} \vdash \Gamma$

- a. A
- b. A+B**
- c. B

\_\_\_ 17. Se numește secvent o pereche de mulțimi de formule  $(H, \Gamma)$  în care apar numai conective din mulțimea:

- a.  $L \setminus \{\leftrightarrow\}$**
- b.  $L \setminus \{\rightarrow\}$
- c.  $L \setminus \{\wedge, \vee\}$
- d.  $L \setminus \{\neg\}$

\_\_\_ 18. Secventul  $H \Rightarrow \Gamma$  este secvent axiomă dacă:

- a.  $H \cap \Gamma = \emptyset$
- b.  $H \cap \Gamma \neq \emptyset$**
- c.  $H \subseteq \Gamma$

\_\_\_ 19. Secventul  $H \Rightarrow \Gamma$  este secvent încheiat dacă:

- a.  $\Gamma \cap V \subset H$
- b.  $H \cap V \subset \Gamma$
- c.  $H \cup \Gamma \subset V$**

- \_\_\_\_\_ 20.  $\frac{H \Rightarrow \Gamma \cup \{\alpha\}}{H \cup \{\neg \alpha\} \Rightarrow \Gamma}$  este o:
- regulă de deducție Gentzen;
  - regulă de deducție Herbrand;
  - regulă de inferență Herbrand;
  - regulă de inferență Gentzen.
- \_\_\_\_\_ 21. Fie secventul  $H \Rightarrow \Gamma$ ; regula implicației stânga este:
- $\frac{H \cup \{\beta\} \Rightarrow \Gamma, H \Rightarrow \Gamma \cup \{\alpha\}}{H \cup \{(\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \Gamma}$
  - $\frac{H \cup \{\alpha\} \Rightarrow \Gamma, H \Rightarrow \Gamma \cup \{\beta\}}{H \cup \{(\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \Gamma}$
- \_\_\_\_\_ 22. Fie secventul  $H \Rightarrow \Gamma$ ; regula negației dreapta este:
- $\frac{H \Rightarrow \Gamma \cup \{\alpha\}}{H \cup \{\neg \alpha\} \Rightarrow \Gamma}$
  - $\frac{H \cup \{\alpha\} \Rightarrow \Gamma}{H \Rightarrow \Gamma \cup \{\neg \alpha\}}$
- \_\_\_\_\_ 23. Fie secventul  $H \Rightarrow \Gamma$ ; regula disjuncției dreapta este:
- $\frac{H \Rightarrow \Gamma \cup \{\alpha, \beta\}}{H \Rightarrow \Gamma \cup \{(\alpha \vee \beta)\}}$
  - $\frac{H \cup \{\alpha\} \Rightarrow \Gamma, H \cup \{\beta\} \Rightarrow \Gamma}{H \cup \{(\alpha \vee \beta)\} \Rightarrow \Gamma}$
- \_\_\_\_\_ 24. Fie secventul  $H \Rightarrow \Gamma$ ; regula implicației dreapta este:
- $\frac{H \cup \{\alpha\} \Rightarrow \Gamma \cup \{\beta\}}{H \Rightarrow \Gamma \cup \{(\alpha \rightarrow \beta)\}}$
  - $\frac{H \cup \{\alpha\} \Rightarrow \Gamma, H \Rightarrow \Gamma \cup \{\beta\}}{H \cup \{(\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \Gamma}$
- \_\_\_\_\_ 25. După aplicarea regulilor de inferență formulele rezultate au adâncime:
- mai mare;
  - mai mică;
  - nemodificată.
- \_\_\_\_\_ 26. Pentru o formulă selectată regula de inferență este:
- unică;
  - definită de conectiva principală și de proveniența ei;
  - conectiva cea mai din stânga / dreapta pentru regulile la stânga / dreapta.
- A+B
  - A+C
  - A+B+C
- \_\_\_\_\_ 27. Un arbore de deducție T este un arbore de demonstrație pentru secventul etichetă a vârfului rădăcină dacă orice vârf terminal are ca etichetă un secvent:

- a. încheiat;
- b.** axiomă;
- c. încheiat sau axiomă

\_\_\_ 28. Un secvent  $S$  se numește demonstrabil și se notează cu  $\vdash S$ , dacă

- a.** există  $T$  un arbore de demonstrație cu  $S$  eticheta rădăcinii;
- b. există  $T$  un arbore de demonstrație cu  $S$  eticheta cel puțin a unui nod terminal;
- c. există  $T$  un arbore încheiat cu  $S$  eticheta cel puțin a unui nod terminal;
- d. există  $T$  un arbore încheiat cu  $S$  eticheta rădăcinii.

\_\_\_ 29. Enunțul “orice teoremă este tautologie” constituie:

- a. teorema deducției;
- b.** teorema de consistență a calculului cu propoziții;
- c. teorema de inferență.

\_\_\_ 30. Sunt adevărate:

- A. enunțul “ $T_h \neq \text{FORM}$ ”
- B. enunțul “ $\forall \alpha \in T_h$  atunci  $(\neg \alpha) \notin T_h$ ”
- C. enunțul “pentru  $\forall \alpha \in \text{FORM}$  cel mult una dintre formulele  $\alpha, (\neg \alpha)$  este teoremă”
- D. enunțul “pentru  $\forall \alpha \in \text{FORM}$  cel puțin una dintre formulele  $\alpha, (\neg \alpha)$  este teoremă”

- a.**  $A+B+C$
- b.  $A+B+D$
- c.  $B+C$
- d.  $B+D$
- e.  $A+C$

\_\_\_ 31. O mulțime compatibilă de formule  $H$  este un sistem deductiv dacă:

- a.  $\forall \alpha \in T_h$  atunci  $\alpha \in T(H)$
- b.**  $T(H) = H$
- c.  $T(H) \subset H$
- d.  $T(H) \supset H$

\_\_\_ 32. Fie  $H$  o mulțime compatibilă de formule; atunci  $T(H)$  este:

- a. o mulțime de formule inclusă în  $H$ ;
- b.** un sistem deductiv;
- c. o mulțime validabilă de formule.

\_\_\_ 33. Care dintre următoarele enunțuri este adevărat?

- a. o mulțime compatibilă de formule  $H$  este un sistem deductiv dacă este punct fix al operatorului de deductibilitate;
- b.** o mulțime compatibilă de formule  $H$  este un sistem deductiv dacă și numai dacă este punct fix al operatorului de deductibilitate
- c. o mulțime compatibilă de formule  $H$  este un sistem deductiv dacă și numai dacă este punct fix al operatorului de inferență.

\_\_\_ 34. Fie  $D$  un sistem deductiv. Care dintre implicații este adevărată?

- a.  $D$  maximal atunci  $D$  complet;
- b.  $D$  complet atunci  $D$  maximal;
- c.** ambele;

- d. nici una.
- \_\_\_ 35. Enunțul “orice formulă demonstrabilă a limbajului calculului cu propoziții este tautologie” constituie:
- a. teorema Herbrand;
  - b. teorema de consistență a calculului cu propoziții;
  - c.** teorema de completitudine a limbajului calculului cu propoziții;
  - d. teorema Lindenbaum Tarski .
- \_\_\_ 36. Fie  $H \subset \text{FORM}$ , finită. Care dintre următoarele afirmații este adevărată:
- a.  $H$  este consistentă dacă nu este compatibilă;
  - b.  $H$  este compatibilă dacă nu este consistentă;
  - c.**  $H$  este consistentă dacă și numai dacă este compatibilă;
  - d.  $H$  este fie compatibilă fie consistentă.
- \_\_\_ 37. Fie  $H \subset \text{FORM}$ ;  $H$  este finit validabilă dacă:
- A. orice submulțime finită a sa este incompatibilă
  - B. orice submulțime finită a sa este consistentă
  - C. cel puțin una dintre submulțimile sale finite nu este consistentă
- a.** B
  - b. A+C
  - c. A+B
- \_\_\_ 38. Enunțul “mulțimea de formule  $H$  este consistentă dacă și numai dacă este finit validabilă” constituie:
- a. teorema de consistență a calculului cu propoziții;
  - b.** teorema de completitudine a limbajului calculului cu propoziții;
  - c. teorema de compacitate a limbajului calculului cu propoziții.
- \_\_\_ 39. Teorema de consistență a sistemului deducției naturale afirmă că:
- a. orice secvent încheiat este secvent valid;
  - b. orice secvent valid este secvent demonstrabil;
  - c.** orice secvent demonstrabil este secvent valid.
- \_\_\_ 40. Teorema de completitudine a sistemului deducției naturale afirmă că:
- a. orice secvent încheiat este secvent valid;
  - b.** orice secvent valid este secvent demonstrabil;
  - c. orice secvent demonstrabil este secvent valid.
- \_\_\_ 41. Fie  $S(\alpha)$  o reprezentare clauzală. Teorema de bază a rezoluției afirmă că:
- A. dacă  $S(\alpha)$  este validabilă, atunci pentru orice literal  $\lambda$ :  $\text{Rez}_\lambda(\alpha)$  este validabilă
  - B. dacă există un literal  $\lambda$  astfel încât  $\text{Rez}_\lambda(\alpha)$  este validabilă, atunci  $S(\alpha)$  este validabilă
- a.** A+B
  - b. A
  - c. B
- \_\_\_ 42. Fie  $S(\alpha)$  o reprezentare clauzală. Teorema de completitudine a rezoluției afirmă că:
- a.  $S(\alpha)$  este invalidabilă dacă există o  $S(\alpha)$ -respingere rezolutivă;
  - b.**  $S(\alpha)$  este invalidabilă dacă și numai dacă există o  $S(\alpha)$ -respingere rezolutivă.