

afv

True/False

Indicate whether the sentence or statement is true or false.

- F 1. Fie G un grup. Exista o submultime stricta H a lui G (adica H sa fie strict inclusa in G) astfel incat $(\forall) a \in H$ si $\forall b \in G$ sa rezulte $ab \in H$?
- A 2. Orice subgrup al unui grup abelian este normal ?
- A 3. Fie A un inel cu proprietatea ca $x^3 = x$, $(\forall) x \in A$. Atunci inelul este comutativ ?
- A 4. Orice grup G de ordin p^2 , cu p numar prim, este comutativ ?
- A 5. Fie $H = \{2n | n \in \mathbb{N}\}$, atunci H este submonoid al monoidului $(\mathbb{N}, +, 0)$.
- A 6. Dacă $H = \{2n+1 | n \in \mathbb{N}\}$, atunci H este submonoid al monoidului $(\mathbb{N}, \cdot, 1)$.
- F 7. Fie $T_2(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ mulțimea matricelor superior triunghiulare din $M_2(\mathbb{R})$. Atunci $T_2(\mathbb{R})$ nu este submonoid al monoidului $(M_2(\mathbb{R}), \cdot, I_2)$
- A 8. Aplicația $f : M_2(\mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(A) = |A|$ este morfism de la monoidul $(M_2(\mathbb{Z}), \cdot, I_2)$ la monoidul $(\mathbb{Z}, \cdot, 1)$.
- A 9. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $(\mathbb{Z}_n, \cdot, \hat{1})$ monoidul multiplicativ al claselor de resturi modulo n . Aplicația $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_n$, $f(a) = \hat{a}$ este morfism de la monoidul $(\mathbb{Z}, \cdot, 1)$ la monoidul $(\mathbb{Z}_n, \cdot, \hat{1})$.
- F 10. Fie (G, \cdot, e) un grup. Pentru orice $a \in G$, aplicațiile $\lambda_a : G \rightarrow G$, $\lambda_a(x) = ax$ și $\rho_a : G \rightarrow G$, $\rho_a(x) = xa$ nu sunt bijective.
- F 11. 1. Fie $H = \{\sigma \in S_n | \sigma(n) = n\}$, atunci H nu este subgrup al lui S_n .
- A 12. Fie (G, \cdot, e) un grup finit și H un subgrup al lui G . Atunci $|G| = |H| \cdot [G : H]$.
- A 13. Dacă a este element de ordin finit, atunci numărul natural notat cu $ord(a)$, $ord(a) = \min \{k \in \mathbb{N}^* | a^k = e\}$ se numește ordinul lui a .
- A 14. Dacă G este grup finit, atunci orice element $a \in G$ are ordinul finit și $ord(a) | ord G$.
- A 15. Fie (G, \cdot, e) un grup finit și $n = |G|$. Atunci $a^n = e$, $\forall a \in G$.

- A 16. Dată $\sigma \in S_n$, $n \geq 2$, notăm cu $Inv(\sigma)$ numărul perechilor (i, j) cu $i < j$ astfel încât $\sigma(i) > \sigma(j)$. Vom spune că $Inv(\sigma)$ este numărul inversiunilor permutării σ .
- F 17. O permutare $\sigma \in S_n$ este pară dacă $\varepsilon(\sigma) = -1$.
- F 18. O permutare $\sigma \in S_n$ este impară dacă $\varepsilon(\sigma) = 1$.
- A 19. Fie $\sigma \in S_n$, $n > 1$ și $\sigma = \tau_1 \circ \tau_2 \circ \dots \circ \tau_m$ o reprezentare a lui σ ca produs de transpoziții. Atunci numerele m și $Inv(\sigma)$ au aceeași paritate și deci $\varepsilon(\sigma) = (-1)^m$.
- F 20. Dacă $n > 1$, atunci $A_n = \{\sigma \in S_n \mid \varepsilon(\sigma) = 1\}$ nu este un subgrup de ordin $\frac{n!}{2}$ al lui S_n .
- A 21. Fie (G, \cdot, e) un grup. Un subgrup N al grupului G se numește subgrup normal al lui G dacă $\forall a \in G, \forall x \in N \Rightarrow axa^{-1} \in N$.
- A 22. $SL_2(\mathbb{R}) \trianglelefteq GL_2(\mathbb{R})$, unde $SL_2(\mathbb{R}) = \{X \in M_2(\mathbb{R}) \mid |X| = 1\}$.
- A 23. Dacă (G, \cdot, e) este un grup atunci subgrupul unitate $1 = \{e\}$ și G sunt subgrupuri normale ale lui G .
- F 24. Dacă (G, \cdot, e) este grup abelian atunci orice subgrup H al lui G nu este subgrup normal.
- A 25. Un grup (G, \cdot, e) se numește simplu dacă are cel puțin două elemente și nu are subgrupuri normale diferite de $1 = \{e\}$ și G .
- F 26. Orice grup G de ordin p , p număr prim, nu este simplu.
- A 27. Dacă $n \geq 5$, atunci grupul altern A_n este simplu.
- A 28. Dacă $n \geq 3$, grupul altern A_n este generat de ciclurile de ordin 3.
- A 29. Fie (G, \cdot, e) și (G', \cdot, e') două grupuri. O aplicație $f: G \rightarrow G'$ se numește morfism de la grupul G la grupul G' dacă $f(xy) = f(x)f(y)$ oricare ar fi $x, y \in G$.
- F 30. Un inel comutativ R cu $1 \neq 0$ și cu divizori ai lui zero se numește *domeniu de integritate* sau *inel integru*.
- F 31. Inelul $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ al numerelor întregi nu este domeniu de integritate.
- A 32. Dacă $(R, +, \cdot)$ este un inel, atunci $\forall x \in R$ avem $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$.
- A 33. Dacă $(R, +, \cdot)$ este un inel, atunci dacă $|R| > 1$, atunci $1 \neq 0$.
- A 34. Dacă $(R, +, \cdot)$ este un inel, atunci $x(-y) = (-x)y = -xy$ și $(-x)(-y) = xy$ oricare ar fi $x, y \in R$.
- A 35. Dacă $(R, +, \cdot)$ este un inel, atunci $x(y-z) = xy - xz$ și $(y-z)x = yx - zx$ oricare ar fi $x, y, z \in R$.

A 36. Dacă $(R, +, \cdot)$ este un inel, atunci dacă R nu are divizori ai lui zero, iar $xy = xz$ sau $yx = zx$ cu $x \neq 0$, atunci $y = z$.

F 37. $\mathbf{M}_2(\mathbb{Z})$ nu este subinel al inelului $\mathbf{M}_2(\mathbb{R})$.

F 38. Dacă R este un inel. Atunci

$$T_2(R) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \middle| a, b, c \in R \right\}$$

nu este subinel al inelului $\mathbf{M}_2(R)$,

A 39. Mulțimea S a șirurilor Cauchy de numere reale este subinel al inelului $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ al șirurilor de numere reale.

A 40. Dacă $n \in \mathbb{N}$ și $I = n\mathbb{Z} = \{nq \mid q \in \mathbb{Z}\}$, atunci I este ideal al lui \mathbb{Z} .

A 41. Dacă $I \leq \mathbb{Z}$, atunci I este subgrup al grupului $(\mathbb{Z}, +, 0)$.

F 42.

Dacă $n \in \mathbb{N}$ iar $I = \left\{ \begin{pmatrix} na & nb \\ nc & nd \end{pmatrix} \middle| a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}$, atunci I nu este ideal bilateral al lui R .

A 43. Aplicația $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_n$, $f(a) = \hat{a}$ este morfism surjectiv de la inelul $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ la inelul $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$.

F 44. Aplicația $f: \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}) \rightarrow \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}_n)$, $f(A) = \hat{A}$, unde pentru $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbf{M}_2(\mathbb{Z})$, $\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{c} & \hat{d} \end{pmatrix}$, nu este morfism surjectiv de inele.

A 45. Fie $f: R \rightarrow R'$ un morfism de inele, atunci $\text{Ker}(f)$ este ideal bilateral al lui R , iar $\text{Im}(f)$ este subinel al lui R' .

A 46. Dacă $f: R \rightarrow R'$ este un morfism de inele, atunci $\text{Im}(f) \simeq \frac{R}{\text{Ker}(f)}$.

A 47. Fie $\mathbf{M}_2(n\mathbb{Z})$ mulțimea matricelor pătrate cu coeficienți în $n\mathbb{Z}$. Dacă $f: \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}) \rightarrow \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}_n)$ este morfismul cu acțiunea

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{c} & \hat{d} \end{pmatrix},$$

avem $\text{Ker}(f) = \mathbf{M}_2(n\mathbb{Z})$ și $\text{Im}(f) = \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}_n)$.

F 48. $\mathbf{M}_2(n\mathbb{Z})$ nu este ideal bilateral al lui $\mathbf{M}_2(\mathbb{Z})$.

F 49. Dacă $m, n \in \mathbb{N}^*$ sunt prime între ele, atunci inelul \mathbb{Z}_{mn} nu este izomorf cu produsul direct al inelului \mathbb{Z}_m cu inelul \mathbb{Z}_n .

- A 50. Fie K și K' două corpuri. O aplicație $f : K \rightarrow K'$ se numește morfism (izomorfism) de corpuri dacă este morfism (izomorfism) de la K la K' considerate ca inele.
- A 51. Un domeniu de integritate finit este corp. Inelul $(\mathbb{Z}_p, +, \cdot)$ este corp dacă și numai dacă p este număr prim.
- A 52. Dacă R este un domeniu de integritate există un corp comutativ K , numit corpul fracțiilor lui R , astfel încât R este subinel al lui K și pentru orice $x \in K$ există $a, b \in R$, $b \neq 0$ astfel încât $x = ab^{-1}$.
- A 53.
- $$T_2(\mathbb{Z}) = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{Z} \right\} \subset \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}) \text{ este o } \mathbb{Z}\text{-subalgebră a } \mathbb{Z}\text{-algebrei } \mathbf{M}_2(\mathbb{Z}).$$
- A 54. Dacă R este un domeniu de integritate, atunci $R[X]$ este domeniu de integritate și
- $$\text{grad}(fg) = \text{grad}(f) + \text{grad}(g)$$
- oricare ar fi $f, g \in R[X]$, $f \neq 0$, $g \neq 0$.
- A 55. $K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ este corp în raport cu adunarea și înmulțirea matricelor și $K \simeq \mathbb{C}$.
- A 56. Dacă $f : M \rightarrow M'$ este un morfism bijectiv de monoizi iar f^{-1} este inversa aplicației f , atunci f^{-1} este morfism bijectiv de la monoidul (M', \cdot, e') la monoidul (M, \cdot, e) .
- A 57. Pentru monoidul $(\mathbb{Z}_n, \cdot, \hat{1})$ mulțimea elementelor inversabile din \mathbb{Z}_n este $U(\mathbb{Z}_n) = \{ \hat{a} \in \mathbb{Z}_n \mid (a, n) = 1 \}$, unde s-a notat cu (a, n) cel mai mare divizor comun al numerelor întregi a și n .
- A 58. Orice grup (G, \cdot, e) de ordin 3 este izomorf cu grupul aditiv $(\mathbb{Z}_3, +, \hat{0})$ al claselor de resturi modulo 3.
- A 59. Dacă (G, \cdot, e) este un grup, $a \in G$, aplicația $\varphi : G \rightarrow G$ $\varphi(x) = axa^{-1}$ este bijectivă.
- A 60. Aplicația $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, $f(z) = |z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$ dacă $z = a + ib$, este morfism de la grupul $(\mathbb{C}^*, \cdot, 1)$ la grupul $(\mathbb{R}_+^*, \cdot, 1)$.
- A 61. Dacă (G, \cdot, e) și (G', \cdot, e') sunt două grupuri, aplicația $f : G \rightarrow G'$, $f(x) = e'$ este morfism de grupuri.
- F 62. Fie (G, \cdot, e) și (G', \cdot, e') două grupuri și $f : G \rightarrow G'$ un morfism de grupuri. Atunci $f(e) = e'$ și $f(x^{-1}) = (f(x))^{-1}$, oricare ar fi $x \in G$.
- F 63. Grupurile $(\mathbb{Z}, +, 0)$ și $(\mathbb{Q}, +, 0)$ sunt izomorfe

- A 64. Grupurile $(\mathbb{R}^*, \cdot, 1)$ și $(\mathbb{C}^*, \cdot, 1)$ nu sunt izomorfe
- A 65. Grupurile $(\mathbb{Q}, +, 0)$ și $(\mathbb{Q}_+^*, \cdot, 1)$ nu sunt izomorfe

Multiple Choice

Identify the letter of the choice that best completes the statement or answers the question.

- B 66. Fie funcția $f : A \rightarrow B$ cu proprietatea: $\forall (x_1, x_2) \in A \times A, x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$. Care din următoarele afirmații este adevărată?
- f este surjectivă
 - f este injectivă
 - f este bijectivă
- C 67. Fie $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = 2x + 1$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?
- f este bijectivă
 - f este surjectivă
 - f este injectivă
- A 68. Fie $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = 2x + 1$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?
- f este bijectivă
 - f nu este bijectivă
- A 69. Fie $f : A \rightarrow B$, și $g : B \rightarrow C$ două funcții injective. Care din afirmațiile următoare este adevărată?
- $g \circ f$ este injectivă
 - $g \circ f$ nu este injectivă
- A 70. Fie $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Care din afirmațiile următoare este adevărată?
- $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists a \in A$ astfel încât $x \equiv a \pmod{5}$
 - $\exists x \in \mathbb{Z}$ astfel încât $\forall a \in A, x \not\equiv a \pmod{5}$
- B 71. Constanta $a \in \mathbb{R}$ este astfel încât legea de compoziție ‘*’ definită prin $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2: x * y = xy + ax + ay$ este asociativă. Care din afirmațiile următoare este adevărată?
- $a \in \{2, 5\}$
 - $a \in \{0, 1\}$
 - $a = 3$
- A 72. Fie grupul simetric (S_3, \perp) . Atunci numărul subgrupurilor lui S_3 este:
- 6
 - 4
- B 73. Fie grupul simetric (S_3, \perp) . Atunci numărul subgrupurilor normale ale lui S_3 este:
- 1

b. 3

C 74. Fie permutarea $\sigma \in S_6$,

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

Atunci numărul inversiunilor permutării σ este:

- a. 7
- b. 5
- c. 3

A 75. 1. Fie permutarea $\sigma \in S_6$,

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Atunci ordinul lui σ în S_6 este:

- a. 3
- b. 5
- c. 6

C 76. Fie $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$, $f(k) = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Atunci $\forall (h, k) \in \mathbb{Z}^2$:

- a. $f(h+k) = f(h) + f(k)$
- b. $f(h+k) = f(h)f(k)$
- c. $f(hk) = f(h)f(k)$

C 77. Fie morfismul de grupuri $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}^*$, $f(k) = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$. Atunci:

- a. $1 + i \in \text{Im}(f)$
- b. $\text{card}(\text{Im}(f)) = 6$
- c. $\text{Ker}(f) = 5\mathbb{Z} = \{5q | q \in \mathbb{Z}\}$

A 78. Fie $Q(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$. Atunci $(Q(\sqrt{2}), +, \cdot)$ este:

- a. corp comutativ
- b. inel comutativ cu divizori ai lui zero

C 79. Fie K un subcorp al corpului \mathbb{R} . Atunci:

- a. $\mathbb{Q} \neq K$ și $\mathbb{Q} \subsetneq K$
- b. $\mathbb{Q} \cap K = \mathbb{Z}$
- c. $\mathbb{Q} \subseteq K$

A 80. Fie $f = \hat{3} + \hat{2}X \in \mathbb{Z}_4[X]$. Atunci:

- a. $\forall g(X) \in \mathbb{Z}_4[X], f(X)g(X) \neq \hat{1}$
- b. $\exists g(X) \in \mathbb{Z}_4[X], g(X) \neq 0$ astfel încât $f(X)g(X) = \hat{0}$
- c. $\exists g(X) \in \mathbb{Z}_4[X]$ astfel încât $f(X)g(X) = \hat{1}$

C 81. Fie $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in M_2(\mathbf{R})$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \frac{2\pi}{n} & -\sin \frac{2\pi}{n} \\ \sin \frac{2\pi}{n} & \cos \frac{2\pi}{n} \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbf{N}^*$. Atunci:

- a. $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$
- b. $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}^{n-1}$
- c. $\mathbf{A}^{n-1} = \mathbf{I}_2$

A 82. Una din afirmațiile următoare este adevărată:

- a. $\forall \hat{a}, \hat{b} \in \mathbf{Z}_5, (\hat{a} + \hat{b})^5 = \hat{a}^5 + \hat{b}^5$
- b. $\exists \hat{a}, \hat{b} \in \mathbf{Z}_5$ astfel încât $(\hat{a} + \hat{b})^5 \neq \hat{a}^5 + \hat{b}^5$
- c. $\exists f(X), g(X) \in \mathbf{Z}_5[X]$ astfel încât $(f(X) + g(X))^5 \neq f^5(X) + g^5(X)$

A 83. Fie $G = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{c} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in \mathbf{Z}_3 \right\}$. Atunci $\forall A \in G$:

- a. $\mathbf{A}^3 = \mathbf{A}$
- b. $\mathbf{A}^3 = \mathbf{I}_3$

A 84. Fie $\sigma \in \mathbf{S}_n$, $n=3$, cu proprietatea $\forall \pi \in \mathbf{S}_n: \sigma \circ \pi = \pi \circ \sigma$. Atunci:

- a. $\sigma = (1 \ 2)$
- b. $\sigma = e$ = permutarea identică

B 85. Fie G un grup cu proprietatea $\forall x \in G: x^2 = e$. Atunci grupul G este:

- a. izomorf cu $(\mathbf{Z}_6, +)$
- b. Comutativ

A 86. Fie $K = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{a} & \hat{b} \\ -\hat{b} & \hat{a} \end{pmatrix} \mid \hat{a}, \hat{b} \in \mathbf{Z}_3 \right\}$. Atunci $(K, +, \cdot)$ este:

- a. corp comutativ cu 9 elemente
- b. inel cu divizori ai lui zero

A 87.

Functia $f: (0, \infty) \rightarrow (-2, 2)$, $f(x) = \frac{2x-2}{x+1}$ este

- a. injectivă și nu este surjectivă
- b. surjectivă și nu este injectivă
- c. bijectivă

A 88.

Câte morfisme de monoizi există de la (Z^*, \cdot) la $(N, +)$?

- a. niciunul
- b. unul
- c. o infinitate

B 89.

Pe R se definește legea de compoziție astfel $x * y = ax + by + c, \forall x, y \in R$ unde $a, b, c \in R$.

Calculați suma $S = a^2 + b^2 + c^2$ știind că această lege de compoziție admite elementul neutru $e = 3$

- a. $S = 21$
- b. $S = 11$
- c. $S = 1$

B 90.

Se consideră inelul $(Z, *, \perp)$ unde

$$x * y = x + y + 2$$

$$x \perp y = xy + 2x + 2y + 2$$

$\forall x, y \in Z$. Fie T numărul divizorilor lui zero ai acestui inel. Atunci

- a. $T = 5$
- b. $T = 0$
- c. $T = 7$
- d. $T = 9$

C 91.

Grupul $(Z \times Z_{20}, +)$ este

- a. finit generat, dar nu este ciclic
- b. infinit generat
- c. ciclic

B 92. Fie permutarea $\tau \in S_6, \tau = \begin{pmatrix} 123456 \\ 512436 \end{pmatrix}$. Atunci ordinul permutării τ^2 este

- a. 6
- b. 12
- c. 2
- d. 3

C 93. Fie G un grup cu 6 elemente. Care din următoarele afirmații este adevărată ?

- a. G este întotdeauna izomorf cu grupul $(Z_6, +)$
- b. G este întotdeauna izomorf cu grupul (S_3, \circ)
- c. G este izomorf sau cu grupul (S_3, \circ) sau cu grupul $(Z_6, +)$

D 94.

Fie (S_3, \circ) grupul permutarilor de ordin 3 si H un subgrup cu 3 elemente al acestui grup. Câte elemente are grupul factor S_3 / H ?

- a. 3
- b. 2
- c. 4
- d. 1

C 95.

Fie multimea $U = \{z \in \mathbb{C} \mid z^5 = 1\}$. Câte elemente are această multime ?

- a. 1
- b. 3
- c. 5
- d. 7

B 96.

Funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2007} - 4x^{2005} + 2$ este

- a. injectivă si nu este surjectivă
- b. surjectivă si nu este injectivă
- c. bijectivă

A 97.

Câte morfisme de monoizi există de la $(\mathbb{Q}, +)$ la $(\mathbb{Q}, +)$?

- a. niciunul
- b. unul
- c. o infinitate

C 98.

Se consideră inelul $(Z, *, \perp)$ unde

$$x * y = x + y - 3$$

$$x \perp y = xy - 3x - 3y + 12$$

$\forall x, y \in Z$. Fie $P \in Z[X]$ polinomul care are drept rădăcini elementele inversabile ale inelului si coeficientul dominant egal cu unu. Notăm cu S suma pătratelor elementelor inversabile. Atunci

- a. $S=1$
- b. $S=10$
- c. $S=5$
- d. $S=20$

A 99. Grupul $(Z_{15}, +)$ este

- a. finit generat, dar nu este ciclic
- b. infinit generat
- c. ciclic

D 100. Fie permutarea $\tau \in S_6, \tau = \begin{pmatrix} 123456 \\ 512436 \end{pmatrix}$. Atunci ordinul permutării τ^{-1} este

- a. 6
- b. 4
- c. 2
- d. 3

C 101.

. Fie G un grup cu 4 elemente. Care din următoarele afirmatii este adevărată ?

- a. G este întotdeauna izomorf cu grupul $(Z_4, +)$
- b. G este întotdeauna izomorf cu grupul $(Z \times Z, +)$
- c. G este izomorf sau cu grupul $(Z_4, +)$ sau cu grupul $(Z \times Z, +)$

A 102.

Fie grupul $(Z_6, +)$ și H un subgrup cu 2 elemente al acestui grup. Câte elemente are grupul factor Z_6/H ?

- a. 3
- b. 2
- c. 6
- d. 4

D 103.

Fie multimea $U = \{z \in C \mid z^7 = 1\}$. Câte elemente are această multime ?

- a. 1
- b. 3
- c. 5
- d. 7

B 104.

Considerăm multimea numerelor reale și relația binară definită pe această multime astfel:

$$\rho = \{(x, y) \mid x, y \in R, x = y \vee x + y = 3\}$$

Care din următoarele afirmatii este adevărată?

- a. relația este reflexivă și nu este tranzitivă
- b. relația este de echivalență
- c. relația este reflexivă și un este simetrică

C 105. Fie $f: R \rightarrow R, f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x \leq 0 \\ 7x, & x > 0 \end{cases}$. Care din următoarele afirmatii este adevărată?

- a. f este surjectivă
- b. f este injectivă
- c. f este bijectivă

A 106.

Fie $f: Z \rightarrow Z, f(x) = \left[\frac{x}{2} \right]$, unde prin $[q]$ se înțelege partea întreagă a numărului q . Care din următoarele afirmatii este adevărată?

- a. f este surjectivă
- b. f este injectivă
- c. f este bijectivă

A 107.

Fie $f: A \rightarrow B$ și $g: B \rightarrow C$ două funcții surjective. Care din următoarele afirmatii este adevărată?

- a. $g \circ f$ este surjectivă
- b. $g \circ f$ nu este surjectivă
- c. $g \circ f$ este surjectivă doar pentru anumite funcții

D 108.

Fie M o mulțime cu 3 elemente. Câte legi de compoziție se pot defini pe M ?

- a. 1
- b. 3
- c. 3^6
- d. 3^9

A 109. Fie un grup G și x un element de ordin finit din G . Dacă m, n sunt doi întregi pozitivi cu proprietățile

$(m, n) = 1, \text{ord}(x^m) = n, \text{ord}(x^n) = m$, atunci

- a. $\text{ord}(x) = mn$
- b. $\text{ord}(x) = m + n$
- c. $\text{ord}(x) = 2mn$
- d. $\text{ord}(x) = 2m + n$

A 110. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \sigma \in S_8$ are descompunerea

- a. $\sigma = (1, 3)(7, 8)(4, 5, 6)$
- b. $\sigma = (2, 3)(7, 6)(4, 5, 8)$
- c. $\sigma = (1, 3)(5, 8)(4, 7, 6)$
- d. $\sigma = (1, 3)(6, 8)(4, 5, 7)$

B 111. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \sigma \in S_5$ are descompunerea

- a. $\sigma = (1, 3)(2, 5)(4, 5)$
- b. $\sigma = (2, 3)(3, 4)(4, 5)$
- c. $\sigma = (1, 3)(5, 2)(4, 3)$
- d. $\sigma = (1, 3)(2, 4)(4, 5)$

A 112. Fie (G, \circ, e) . Care din relațiile următoare, valabile $\forall x, y \in G$ face ca (G, \circ, e) să fie un grup abelian

- a. $(xy)^2 = x^2y^2$
- b. $xy = x^2y^2$
- c. $x = x^2y^2$
- d. $xy^{-1} = xy$

B 113. Fie (G, \circ, e) . Care din relațiile următoare, valabile $\forall x, y \in G$ face ca (G, \circ, e) să fie un grup abelian

- a. $xy = x^{-1}$
- c. $xy = y^2$

- b. $x^2 = e$ d. $y = y^2 x^2$
- B 114. Elementele inversabile ale inelului $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ sunt
- a. $\tilde{0}, \tilde{2}$ c. $\tilde{1}, \tilde{2}$
b. $\tilde{1}, \tilde{5}$ d. $\tilde{1}, \tilde{2}, \tilde{5}$
- C 115. Legea de compozitie $x \circ y = x + y - 2xy, \forall x, y \in \mathbb{R}$ admite ca element neutru pe
- a. $e = 2$ c. $e = 0$
b. $e = -2$ d. $e = 1$
- B 116. Legea de compozitie $x \circ y = (x-1)^{\ln(y-1)} + 1, \forall x, y \in (1, \infty)$ admite ca element neutru pe
- a. $e - 2$ c. 1
b. $e + 1$ d. $-e - 1$
- D 117. Legea de compozitie $x \circ y = \frac{1}{2}(x + y - xy + 1), \forall x, y \in \mathbb{R}$ admite ca element neutru pe
- a. $e = 2$ c. $e = 0$
b. $e = -2$ d. $e = -1$
- B 118. Legea de compozitie $x \circ y = x + y - 5, \forall x, y \in \mathbb{Z}$ admite ca element simetric pe
- a. $5 - x$ c. $8 - x$
b. $10 - x$ d. $10 + x$
- A 119. Fie legea de compozitie $x \circ y = |x - y|, \forall x, y \in M$, unde $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Solutiile ecuatiei $(x \circ y) \circ 3 = 1$ sunt
- a. $\{0, 4\}$ c. $\{2, 4\}$
b. $\{3, 4\}$ d. $\{1, 4\}$
- A 120. Se considera multimea $G = (0, \infty) \times \mathbb{R}$ pe care se defineste lege de compozitie $(a_1, x_1) \circ (a_2, x_2) = (a_1 a_2, a_1 x_2 + x_1)$, elementul neutru este
- a. $e = (1, 0)$ c. $e = (0, 0)$
b. $e = (1, 1)$ d. $e = (0, 1)$
- A 121. Se considera multimea $G = (0, \infty) \times \mathbb{R}$ pe care se defineste lege de compozitie $(a_1, x_1) \circ (a_2, x_2) = (a_1 a_2, a_1 x_2 + x_1)$, elementul simetrizabil este
- a. $x' = \left(\frac{1}{a}, -\frac{x}{a} \right)$ c. $x' = \left(a, -\frac{x}{a} \right)$
b. $x' = \left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a} \right)$ d. $x' = \left(\frac{x}{a}, -\frac{x}{a} \right)$
- A 122. Fie $\mathbb{Z}[i] = \{a + ib \in \mathbb{C} | a, b \in \mathbb{Z}\}$. Determinați mulțimea elementelor sale inversabile, $U(\mathbb{Z}[i])$.
- a. $\{1, -1, i, -i\}$ c. $\{1, i, -i\}$
b. $\{1, -1, i\}$ d. $\{1, -1\}$

a. $x = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix},$

c. $x = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix},$

b. $x = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix},$

d. $x = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix},$

C 137. Se considera permutarea $\sigma \in S_5$, $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Atunci σ^{120} este egala cu:

a. σ

c. σ^2

b. permutarea identica

d. σ^{-1}

B 138. Ce morfism(morfisme) de la $(\mathbb{Q}, +)$ (\mathbb{Q} fiind multimea numerelor rationale) la $(\mathbb{Z}, +)$ (\mathbb{Z} fiind multimea numerelor intregi) putem defini ?

a. morfismul nul

c. orice morfism de tipul a^x , cu a numar rational mai mare decat 1

b. orice morfism de tipul kx , cu $k \in \mathbb{Z}$

A 139. Cu cine este izomorf grupul multiplicativ (\mathbb{R}_+^*, \cdot) (unde prin \mathbb{R}_+^* am notat multimea numerelor reale strict pozitive)?

a. cu $(\mathbb{R}, +)$ (grupul aditiv al numerelor reale)

c. cu niciunul dintre grupurile de mai sus

b. cu $(\mathbb{R}^*, +)$ (grupul aditiv al numerelor reale nenule)

C 140. Care sunt automorfismele grupului $(\mathbb{Z}, +)$ (\mathbb{Z} fiind multimea numerelor intregi) ?

a. morfismul nul

c. morfismul x si morfismul $-x$

b. morfismele de tipul a^x , cu a numar intreg mai mare ca 1

D 141. Se considera multimea $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Cate submultimi cu doua elemente exista?

a. 1

c. 3

b. 2

d. 6

C 142. Functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$:

a. este monoton crescatoare

c. nu este monotona

b. este monoton descrescatoare

B 143. Fie A un inel unitar cu proprietatea ca $x^{12} = x$, $(\forall) x \in A$. Atunci, oricare ar fi $x \in A$:

a. $x^2 = 1$;

b. $x^2 = x$

B 144. Fie A un inel unitar inclus in corpul C al numerelor complexe si care include intervalul $(0,1)$. Operatiile inelului sunt cele induse de operatiile din C . Atunci :

- a. $A=\mathbb{R}$, unde \mathbb{R} este multimea numerelor reale
- b. $A=\mathbb{C}$, unde \mathbb{C} este multimea numerelor complexe
- c. $A=\mathbb{R}$ sau $A=\mathbb{C}$, \mathbb{R} si \mathbb{C} avand semnificatia de mai sus

C 145. Solutiile ecuatiei $3x^2 - 4x + 1 = 0$ in \mathbb{Z}_5 sunt :

- a. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{3}$
- b. $x_1 = \hat{2}, x_2 = \hat{3}$
- c. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{2}$

A 146. Solutiile ecuatiei $3x^2 - 4x + 1 = 0$ in \mathbb{Z}_{11} sunt :

- a. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{4}$
- b. $x_1 = \hat{2}, x_2 = \hat{3}$
- c. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{2}$

B 147. Solutiile ecuatiei $x^2 - x + 5 = 0$ in \mathbb{Z}_7 sunt :

- a. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{3}$
- b. $x_1 = \hat{2}, x_2 = \hat{6}$
- c. $x_1 = \hat{3}, x_2 = \hat{2}$

C 148. Solutiile ecuatiei $x^2 - x + 5 = 0$ in \mathbb{Z}_{17} sunt :

- a. $x_1 = \hat{4}, x_2 = \hat{3}$
- b. $x_1 = \hat{2}, x_2 = 1\hat{4}$
- c. $x_1 = \hat{4}, x_2 = 1\hat{4}$

A 149. Care este polinomul $g \in \mathbb{Z}_8[X]$ astfel incat $(\hat{2}X + \hat{3})g = \hat{1}$

- a. $g(X) = \hat{4}X^2 + \hat{6}X + \hat{3}$
- b. $g(X) = \hat{6}X^2 + \hat{6}X + \hat{3}$
- c. $g(X) = \hat{4}X^2 + \hat{4}X + \hat{3}$

C 150. Solutiile ecuatiei $3x^2 - 4x + 1 = 0$ in \mathbb{Z}_{17} sunt :

- a. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{4}$
- b. $x_1 = \hat{2}, x_2 = \hat{3}$
- c. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{6}$

A 151. Solutiile ecuatiei $3x^2 - 4x + 1 = 0$ in \mathbb{Z}_{19} sunt :

- a. $x_1 = \hat{1}, x_2 = 1\hat{3}$
- c. $x_1 = \hat{1}, x_2 = \hat{2}$

- A 162. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ atunci
 a. $x \circ 1 = 1 \circ x = 1$ c. $x \circ 1 = 1 \circ x = 3$
 b. $x \circ 1 = 1 \circ x = 2$
- A 163. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = 2xy + 6x + 6y + 15$ atunci
 a. $x \circ (-3) = (-3) \circ x = (-3)$ c. $x \circ (-3) = (-3) \circ x = (-2)$
 b. $x \circ (-3) = (-3) \circ x = (-1)$
- A 164. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ atunci solutia ecuatiei $x \circ x \circ x \circ x \circ x = 1, x \in \mathbb{R}$ va fi
 a. $x = 1$ c. $x = 3$
 b. $x = 2$
- A 165. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ atunci \mathbb{Q} / Z
 a. este parte stabila in raport cu legea "o" c. alt raspuns
 b. nu este parte stabila in raport cu legea "o"
166. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = 2xy + 6x + 6y + 15$ atunci \mathbb{Q} / Z
 a. este parte stabila in raport cu legea "o" c. alt raspuns
 b. nu este parte stabila in raport cu legea "o"
- B 167. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = x + y + \sqrt{2}$ atunci \mathbb{R} / \mathbb{Q}
 a. este parte stabila in raport cu legea "o" c. alt raspuns
 b. nu este parte stabila in raport cu legea "o"
- B 168. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = x + y + \sqrt{5}$ atunci \mathbb{R} / \mathbb{Q}
 a. este parte stabila in raport cu legea "o" c. alt raspuns
 b. nu este parte stabila in raport cu legea "o"
- B 169. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = x + y + \sqrt{5}$ atunci \mathbb{R} / \mathbb{Q}
 a. este parte stabila in raport cu legea "o" c. alt raspuns
 b. nu este parte stabila in raport cu legea "o"
- B 170. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = x + y + \sqrt{5}$ atunci elementul neutru va fi
 a. $e = \sqrt{2}$ c. $e = -1$
 b. $e = -\sqrt{3}$
- A 171. Pe multimea \mathbb{R} se considera legea de compozitie $x \circ y = x + y + \sqrt{5}$ atunci solutia ecuatiei $2^x \circ 4^x = 6 + \sqrt{5}, x \in \mathbb{R}$ va fi
 a. $x = 1$ c. $x = 3$
 b. $x = 2$

- A 172. In multimea $M_3(\mathbb{Z}_2)$ se considera multimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{c} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in \mathbb{Z}_2 \right\}$ atunci
- a. $\begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \in G$
- b. $\begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \notin G$

A 173. In multimea $M_3(Z_2)$ se considera multimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{c} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in Z_2 \right\}$ atunci

a. $A, B \in G$, atunci $AB \in G$

b. $A, B \in G$, atunci $AB \notin G$

B 174. In multimea $M_3(Z_2)$ se considera multimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{c} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid \hat{a}, \hat{b}, \hat{c} \in Z_2 \right\}$ atunci

a. $\forall A \in G, A^4 = I_3$

b. $\forall A \in G, A^3 = I_3$

A 175. In multimea $M_2(Z_2)$ se considera multimea $G = \{X \in M_2(Z_2) \mid X^2 = X\}$ atunci

a. $O_2 \in G$ si $I_2 \in G$

b. $O_2 \in G$ si $I_2 \notin G$

B 176. In multimea $M_2(Z_2)$ se considera multimea $G = \{X \in M_2(Z_2) \mid X^2 = X\}$ si $B = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$ atunci

a. $B \in G$

b. $B \notin G$

A 177. In multimea $M_2(Z_2)$ se considera multimea $G = \{X \in M_2(Z_2) \mid X^2 = X\}$ gasiti doua matrice $P, Q \in G$ astfel incat $P + Q \notin G$ atunci

a. $P = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$,

c. $P = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$,

b. $P = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$,

A 178. In multimea $M_2(Z_2)$ se considera multimea $G = \{X \in M_2(Z_2) \mid X^2 = X\}$ sa se arate ca daca $U \in G$ este o matrice inversabila atunci

a. $U = I_2$

c. $U = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix}$,

b. $U = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$

A 179. In multimea $M_2(Z_2)$ se considera multimea $G = \{X \in M_2(Z_2) \mid X^2 = X\}$ sa se determine numarul de elemente din G

a. 8

c. 10

b. 9

A 180. Determinati numarul de elemente din multimea $M_2(Z_2)$

- a. 16
b. 13
- c. 14

D 181. In $Z_7[X]$ restul impartirii polinomului $f = \hat{5}X^4 + \hat{3}X^2 + x + \hat{2}$ la polinomul $g = x + \hat{5}$

a. $\hat{4}$
b. $\hat{3}$

c. $\hat{0}$
d. $\hat{5}$

D 182. Cate elemente inversabile sunt in inelul $(Z_6, +, \cdot)$

a. 3
b. 5

c. 4
d. 2

A 183. Sa se determine polinoamele $f \in Z_3[X]$ astfel incat $\text{grad} f = 1, f^2 = X^2$

a. $X, \hat{2}X$
b. $X, \hat{2}X + 1$

c. $X, \hat{2}X - 1$
d. $X + \hat{1}, \hat{2}X$

A 184. Sa se calculeze elementul $\hat{6}^{2007}$ in Z_7

a. $\hat{6}$
b. $\hat{0}$

c. $\hat{1}$
d. $\hat{2}$

B 185. Sa se calculeze elementul $\hat{2}^{2006}$ in Z_8

a. $\hat{6}$
b. $\hat{0}$

c. $\hat{1}$
d. $\hat{2}$

D 186. Fie grupul simetric (S_3, \circ) . Atunci numărul subgrupurilor lui S_3 este

a. 1
b. 2
c. 4
d. 6

C 187. Fie grupul simetric (S_3, \circ) . Atunci numărul subgrupurilor normale ale lui S_3 este

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

B 188.

Fie $f: Z \rightarrow C^*, f(k) = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$, unde $n \in N^*$. Atunci

$\forall (h, k) \in Z \times Z$ avem:

- a. $f(h+k) = f(h) + f(k)$
b. $f(h+k) = f(h)f(k)$
c. $f(hk) = f(h)f(k)$

B 189.

Fie grupul $(Z, +)$ si multimea $5Z = \{5m | m \in Z\}$. Care din urmatoarele afirmatii este adevarată?

- a. $5Z$ este subgrup al grupului $(Z, +)$, dar nu este normal

- b. $5Z$ este subgrup normal al grupului $(Z, +)$
- c. $5Z$ nu este subgrup al grupului $(Z, +)$

B 190.

. Fie multimea $U = \{z \in C \mid |z| = 1\}$. Care din urmatoarele afirmatii este adevarată?

- a. U este subgrup al grupului (C^*, \cdot) , dar nu este normal
- b. U este subgrup normal al grupului (C^*, \cdot)
- c. U nu este subgrup al grupului (C^*, \cdot)

B 191. Fie $M_2(R)$ multimea matricilor cu două linii, două coloane si elemente din multimea numerelor

reale. Multimea $I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ este

- a. ideal la stânga al inelului $(M_2(R), +, \cdot)$, dar nu este ideal la dreapta al acestui inel
- b. ideal la dreapta al inelului $(M_2(R), +, \cdot)$, dar nu este ideal la stânga al acestui inel
- c. ideal bilateral al inelului $(M_2(R), +, \cdot)$

C 192. Fie $Q(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Q\}$. Atunci $(Q(\sqrt{2}), +, \cdot)$ este

- a. inel comutativ fără divizori ai lui zero
- b. inel comutativ cu divizori ai lui zero
- c. corp comutativ
- d. corp necomutativ

C 193. Fie $f = \hat{2}X + \hat{2} \in Z_4[X]$. Atunci

- a. $\forall g(X) \in Z_4[X], f(X)g(X) \neq \hat{0}$
- b. $\forall g(X) \in Z_4[X], g(X)f(X) \neq \hat{0}$
- c. $\exists g(X) \in Z_4[X]$ astfel încât $f(X)g(X) = \hat{0}$

C 194. Fie A un inel si I, J, L ideale bilaterale în A astfel încât $I + J = A$ si $I \supseteq JL$. Atunci

- a. $I \neq J$
- b. $I \subseteq J$
- c. $I \supseteq J$

A 195.

Fie U grupul multiplicativ al al numerelor complexe de modul 1, C^* grupul multiplicativ al numerelor complexe si R_+^* grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive si nenule. . Care din urmatoarele afirmatii este adevarată?

- a. C^* / R_+^* este izomorf cu U
- b. C^* / R_+^* nu este izomorf cu U

c. C^*/U nu este izomorf cu R_+^*

A 196.

Care din urmatoarele afirmatii este adevarată?

a. $(Z,+)$ si $(Q,+)$ nu sunt izomorfe

b. $(R,+)$ si $(Q,+)$ sunt izomorfe

c. $(Z,+)$ si $(C,+)$ sunt izomorfe

B 197. Fie G un grup finit si $a, b \in G$ două elemente oarecare astfel încât $ab = ba$. Dacă

$ord(a) = m, ord(b) = n$ si $(m, n) = 1$ atunci

a. $ord(ab) = m + n$

b. $ord(ab) = mn$

c. $ord(ab) = m^n$

d. nici una din variantele de mai sus

A 198.

Fie permutarea $\tau \in S_9, \tau = \begin{pmatrix} 123456789 \\ 469732185 \end{pmatrix}$. Descompunerea acestei permutări în produs de cicluri disjuncti este

a. $(1,4,7)(2,6,9)(3,5,8)$

b. $(1,5,4)(3,6,9,2)(7,8)$

c. $(2,6,7)(1,4,9,3)(5,8)$

d. nici una din variantele de mai sus

A 199. Fie functiile $f, g: R \rightarrow R$ date de $f(x) = ax + b$ cu $a, b \in R, a \neq 0$, respectiv $g(x) = 3x + 5$. Să se determine a si b astfel încât $f \circ g = g \circ f$.

a. $a = 1, b = 0$

b. $a = 2, b = 3$

c. $a = 4, b = -5$

d. nici una din variantele de mai sus

C 200. Fie $f: R \rightarrow R$ o functie cu proprietatea $(f \circ f)(x) = x^2 - x + 1$ pentru oricare $x \in R$. Atunci

a. $f(1) = 2$

b. $f(1) = -5$

c. $f(1) = 1$

d. nici una din variantele de mai sus

B 201. Pe R se definește legea de compozitie $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ pentru oricare $x, y \in R$. Atunci suma elementelor din R care coincid cu simetricile lor față de această lege este

a. 3

b. 4

c. 5

d. 6

B 202. Care din polinoamele următoare este ireductibil ?

- a. $X^3 + X + 1 \in Z_2[X]$
- b. $X^5 + 1 \in Z_3[X]$
- c. $X^4 - 1 \in Z_7[X]$
- d. nici unul din polinoamele de mai sus

C 203. Fie funcția $f: (-1, 0) \rightarrow \left(\frac{5}{11}, \frac{1}{2}\right), f(x) = \frac{2x^2 + 3}{5x^2 + 6}$. Care din următoarele afirmații este adevărată?

- a. funcția este injectivă, dar nu este surjectivă
- b. funcția este surjectivă, dar nu este injectivă
- c. funcția este bijectivă

D 204. Pe R se definește legea de compoziție $x * y = x + y + mxy$, unde $m \in R$, cu proprietatea că mulțimea $[-1, \infty)$ este parte stabilă a lui R în raport cu această operație algebrică. Dacă e este elementul neutru al acestei legi de compoziție, atunci

- a. $e = -1$
- b. $e = 2$
- c. $e = 1$
- d. $e = 0$

A 205. Se consideră corpurile $(R, +, \cdot)$ și $(R, \circ, *)$, unde

$$\forall x, y \in R, x \circ y = x + y - 2, x * y = xy - 2x - 2y + 6$$

Dacă $f: R \rightarrow R, f(x) = ax + b$ este izomorfism de corpuri de la $(R, +, \cdot)$ la $(R, \circ, *)$, atunci

- a. $a = 1, b = 2$
- b. $a = -1, b = 2$
- c. $a = 1, b = -2$
- d. nici unul din răspunsurile de mai sus

B 206. Pentru orice $x, y \in R$ se definește legea de compoziție $x * y = \ln(e^x + e^y)$. Mulțimea soluțiilor ecuației $(x * x) * x = 0$ este

- a. $x = \ln 3$
- b. $x = -\ln 3$
- c. $x = \frac{1}{\ln 3}$

d. nici unul din variantele de mai sus

B 207. Pe Z definim legea de compoziție $x * y = xy - 6x - 6y + 42$. Suma elementelor simetrizabile în raport cu această lege este

- a. 1
- b. ∞
- c. 0
- d. 12

B 208. Pe R este definit[legea de compozitie $x * y = xy + 3x + 3y + m$. Egalitatea $(2 * 3) * 4 = 175$ are loc pentru

- a. $m = 5$
- b. $m = 2$
- c. $m = -3$

B 209.

Fie grupul $(Z_{10}, +)$. Câte subgrupuri are acest grup ?

- a. 1
- b. 2
- c. 4
- d. 8

A 210. Fie grupul $(Z_{12}, +)$. Câte grupuri factor are acest grup ?

- a. 2
- b. 4
- c. 6
- d. 8

A 211.

Care din următoarele afirmatii este adevărată ?

- a. $[G : H] = \frac{|G|}{|H|}$
- b. $[G : H] = \frac{|H|}{|G|}$
- c. $[G : H] = |G||H|$

C 212.

Câte grupuri neizomorfe cu 4 elemente există ?

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. o infinitate

C 213. Câte grupuri neizomorfe cu 6 elemente există ?

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. o infinitate

D 214.

Câte grupuri neizomorfe cu 8 elemente există ?

- a. 1
- b. 2
- c. 4

- B
_____ 215. Câte grupuri neizomorfe cu 10 elemente există ?
a. 1
b. 2
c. 4
d. 6

- C
_____ 216. Câte grupuri neizomorfe cu 9 elemente există ?

- a. 0
b. 1
c. 2
d. o infinitate
- D
_____ 217. Câte grupuri neizomorfe cu 12 elemente există ?
a. 0
b. 1
c. 2
d. 5

- B
_____ 218. Pe orice multime nevidă există o structură de inel unitar ?
a. da, întotdeauna
b. nu
c. da, dar numai în anumite cazuri

- B
_____ 219. Formează divizorii lui zero un ideal într-un inel oarecare ?
a. da, întotdeauna
b. nu
c. da, dar numai în anumite cazuri

- A
_____ 220. Fie G un grup finit astfel încât orice element din G , diferit de elementul unitate, are ordinul 2. Care din următoarele afirmații este adevărată ?

- a. G este comutativ întotdeauna
b. G nu este comutativ
c. G este comutativ doar în anumite cazuri

- D
_____ 221. Câte subgrupuri are grupul $Z \times Z$?
a. 0
b. 1
c. 2
d. o infinitate

- B
_____ 222. Câte morfisme există de la grupul $(Q, +)$ la grupul $(Z, +)$?

- a. 0
b. 1
c. 2
d. o infinitate

- C
_____ 223.

Câte structuri de inel neizomorfe se pot defini pe o multime cu p elemente, p fiind număr prim ?

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. o infinitate

A 224. Câte structuri de inel neizomorfe se pot defini pe o multime cu 4 elemente ?

- a. 1
- b. 7
- c. 11
- d. 15

D 225. Câte legi de compunere se pot defini pe Z care împreună cu adunarea obisnuită formează un inel ?

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. o infinitate

B 226. Fie M si N două multimi finite având m , respectiv n elemente. Câte functii definite pe M cu valori în N există ?

- a. m^n
- b. n^m
- c. mn
- d. $m+n$

B 227. Fie M si N două multimi finite având m , respectiv m elemente. Câte functii bijectiv definite pe M cu valori în N există ?

- a. $m+n$
- b. m^n
- c. n^m
- d. $m!$

C 228. Fie M si N două multimi finite având m , respectiv n elemente, $m \leq n$. Câte functii injectiv definite pe M cu valori în N există ?

- a. m^n
- b. n^m
- c. A_n^m
- d. mn

C 229. Pe multimea numerelor naturale considerăm operatia algebrică $m \perp n = m^n$. Atunci

- a. operatia este asociativă si nu este comutativă
- b. operatia nu este asociativă si este comutativă
- c. operatia nu este asociativă si nu este comutativă

A 230. Fie $z \in \mathbb{C}^*$, $z = i$, atunci

- a. $\text{ord}(i) = 4$
- b. $\text{ord}(i) = 3$
- c. $\text{ord}(i) = 2$
- d. $\text{ord}(i) = 5$

B 231. Dacă $m \in \mathbb{N}^*$ și $z = \cos \frac{2\pi}{m} + i \sin \frac{2\pi}{m}$, atunci

- a. $\text{ord}(z) = m + 1$
- b. $\text{ord}(z) = m$
- c. $\text{ord}(z) = m - 1$
- d. $\text{ord}(z) = 2m$

A 232. 1. Dacă $z = 1 + i \in \mathbb{C}^*$, atunci

- a. $\text{ord}z = \infty$
- b. $\text{ord}z = 4$
- c. $\text{ord}z = 3$
- d. $\text{ord}z = 5$

A 233. 1. Fie grupul $(\mathbb{Z}_4, +, \hat{0})$ și $\hat{3} \in \mathbb{Z}_4$, atunci

- a. $\text{ord}(\hat{3}) = 4$
- b. $\text{ord}(\hat{3}) = 3$
- c. $\text{ord}(\hat{3}) = 2$
- d. $\text{ord}(\hat{3}) = 5$

A 234. Dacă $\forall x, y \in R$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, avem ..., spunem că R este *inel fără divizori ai lui zero*.

- a. $xy \neq 0$
- b. $xy = 0$
- c. $x1 / y = 0$
- d. $1 / xy = 0$

A 235. Elementul zero al inelului $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}$ este

- a. $(\hat{0}, 0)$
- b. $(\hat{1}, 0)$
- c. $(\hat{0}, 0)$
- d. $(\hat{0}, 1)$

A 236. Elementul unitate al inelului $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}$ este

- a. $(\hat{1}, 1)$
- b. $(\hat{1}, 0)$
- c. $(\hat{0}, 1)$
- d. $(\hat{0}, 0)$

A 237. Astfel în inelul $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}$, produsul direct al inelului $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$ cu inelul $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$, avem $(\hat{5}, 3) + (\hat{3}, -7) =$

- a. $(\hat{0}, 4)$
- b. $(\hat{0}, 3)$
- c. $(\hat{7}, 4)$
- d. $(\hat{0}, 7)$

A 238.

a. $1+1=0$

c. $1+1=3$

b. $1+1=2$

d. $1+1=6$

A 246. Fie R un inel astfel incat $x^6 = x, \forall x \in R$. Stabilti ca

a. $x^2 = x, \forall x \in R$.

c. $x^4 = x, \forall x \in R$

b. $x^3 = x, \forall x \in R$

d. $x^5 = x, \forall x \in R$